

DOI: 10.21538/0134-4889-2021-27-3-7-11

АНДРЕЙ ИЗМАЙЛОВИЧ СУББОТИН*(К 75-летию со дня рождения)***ANDREI IZMAILOVICH SUBBOTIN
(On the Occasion of His 75th Birthday)**

Андрей Измайлович Субботин родился 16 февраля 1945 г. в городе Кирове в семье военнослужащего. В 1962 г. он поступил на математико-механический факультет Уральского государственного университета им. А. М. Горького, где и началась его научная деятельность. В то время на факультете работали такие крупные ученые, как В. К. Иванов, П. Г. Конторович, Н. Н. Красовский, С. Н. Шиманов. Атмосфера на факультете благоприятствовала развитию научного творчества. Проводились семинары, формировались новые научные направления, создавались новые кафедры в соответствии с потребностями времени. Так, в 1965 г. Николаем Николаевичем Красовским была создана кафедра прикладной математики. Первыми сотрудниками кафедры стали молодые ученые — Э. Г. Альбрехт, А. Б. Куржанский, Ю. С. Осипов, В. Е. Третьяков, Г. С. Шелементьев.

Николай Николаевич Красовский определил научные приоритеты кафедры: они лежали в области теории устойчивости движения, качественной теории дифференциальных уравнений, теории стабилизации и теории оптимального управления.

Работы коллектива кафедры уже в тот период были хорошо известны в научных кругах.

В 50-е и 60-е годы двадцатого столетия происходило активное формирование основ математической теории оптимального управления: были созданы такие мощные методы, как принцип максимума Л. С. Понтрягина и метод динамического программирования Р. Беллмана, оказавшие существенное влияние на формирование сферы научных интересов сотрудников кафедры прикладной математики. Наряду с этим на кафедре развивались собственные подходы к исследованию и решению задач оптимального управления. Н. Н. Красовским был предложен оригинальный подход к решению задач оптимального управления, основанный на идеях и методах функционального анализа. Отметим важную роль монографии Н. Н. Красовского “Теория управления движением” (1968) в подготовке специалистов по теории управления. Исследования в этом направлении были продолжены Александром Борисовичем Куржанским, Юрием Сергеевичем Осиповым и их коллегами.

В ходе этих исследований осуществлялась постановка новых задач; к их решению привлекались наиболее способные, увлеченные наукой студенты. А. И. Субботин был одним из таких студентов. Он выделялся своими способностями практически сразу, с первых дней учебы на математико-механическом факультете. Эрнст Генрихович Альбрехт, преподаватель кафедры прикладной математики, приобщил одаренного студента к научной работе. Под его руководством Андрей Измайлович опубликовал по результатам курсовой работы первую научную

статью “Об управлении движением квазилинейной системы” (1968). Ему было предложено включиться в научно-исследовательскую работу кафедры прикладной математики.

В это время к числу основных разработок кафедры относились задачи управления в условиях неопределенности, формализуемые как дифференциальные игры. В этой новой области А. И. Субботин проявил способность быстро вникать в суть проблем и находить оригинальные пути к их решению.

Существуют несколько подходов к формализации дифференциальных игр и путям их решений. Николаем Николаевичем Красовским и его сотрудниками развивался подход, основу которого составила формализация дифференциальных игр; ключевым здесь являлось понятие позиционного управления.

В середине 60-х годов Н. Н. Красовский сформулировал правило экстремального прицеливания. Концепция позиционной дифференциальной игры и правило экстремального прицеливания были изложены в ряде публикаций Н. Н. Красовского, и в частности в монографии “Игровые задачи о встрече движений” (1970). Значительное внимание при этом уделялось выяснению так называемых условий регулярности, при которых возможно сведение задач позиционного управления к использованию чисто программных конструкций.

С августа 1967 г., после окончания университета, Андрей Измайлович трудится в Свердловском отделении Математического института им. В. А. Стеклова АН СССР (с 1971 г. — Институт математики и механики). Институт становится основным местом его работы.

Первые исследования Андрея Измайловича Субботина в теории позиционных дифференциальных игр были посвящены изучению дифференциальных игр при наличии условия регулярности. Часть научных результатов А. И. Субботина в этом направлении были получены под руководством и при участии Н. Н. Красовского.

В ряде работ конца 60-х – начала 70-х годов А. И. Субботин совместно с Н. Н. Красовским были изучены нелинейные дифференциальные игры в предположении стабильности множеств программного поглощения. В этих работах правило экстремального прицеливания формировалось как правило прицеливания на стабильную систему множеств программного поглощения.

В 1969 г. Николай Николаевич Красовский предложил Андрею Измайловичу представить результаты их исследований в позиционных дифференциальных играх на семинаре академика Л. С. Понтрягина. По словам участников семинара, доклад произвел сильное впечатление на Льва Семеновича Понтрягина.

В том же году А. И. Субботин защитил кандидатскую диссертацию “Задачи о встрече и отклонении в дифференциальных играх”, в которой подведены итоги первого этапа его исследований в области теории позиционных дифференциальных игр.

В 70-е годы А. И. Субботин продолжил исследования в области дифференциальных игр. Н. Н. Красовский привлек его к разработке теоретических конструкций в позиционных дифференциальных играх при достаточно общих предположениях, не требующих уже условия регулярности. В этот период ими разрабатывался принципиально новый подход к формализации дифференциальных игр, было дано определение движений, порожденных управлениями, действующими по принципу обратной связи, введены позиционные стратегии и предложены аппроксимационные схемы, удобные для физической реализации и допускающие переход к математическим конструкциям, содержащим элементы идеализации.

В рамках данного подхода Н. Н. Красовским и А. И. Субботин был рассмотрен широкий круг нелинейных дифференциальных игр при общих предположениях на управляемую систему.

Так зарождалось новое направление в теории позиционных дифференциальных игр, ориентированное на решение задач в общей постановке. Центральным пунктом здесь является предложенный Николаем Николаевичем Красовским принцип конструирования стратегий, обеспечивающих в каждой позиции экстремальный сдвиг управляемой системы на стабильный мост. В рамках конструкций, основанных на принципе экстремального сдвига на стабильный мост, Н. Н. Красовским и А. И. Субботин был получен ряд важных результатов. Применение этих

конструкций позволило им доказать ключевое для теории игр утверждение — теорему об альтернативе и тем самым установить существование равновесных решений в соответствующих классах позиционных стратегий.

К середине 70-х годов труды Андрея Измайловича Субботина были уже хорошо известны в нашей стране и за рубежом. В 1973 г. он защитил докторскую диссертацию “Экстремальные стратегии в дифференциальных играх”. Диссертация содержит основные результаты, полученные ученым в рамках экстремального подхода. В 1973 г. он становится лауреатом Золотой медали АН СССР для молодых ученых. В этот период А. И. Субботин активно руководит работой многочисленной научной молодежи.

В 1974 г. его приглашают в качестве лектора на международный конгресс математиков в Ванкувере (Канада), где им был представлен доклад “Управление в условиях конфликта и неопределенности”.

Наиболее существенные результаты исследований Н. Н. Красовского и А. И. Субботина составили монографию “Позиционные дифференциальные игры” (1974). В монографии дано подробное изложение концепции позиционных дифференциальных игр, предложенной Н. Н. Красовским, представлена строгая математическая модель позиционной игры, а также дан метод исследования этих игр, базирующийся на понятии стабильных мостов и функций. Монография являет собой важную веху в развитии математической теории управления.

В середине 70-х годов в теории дифференциальных игр зарождается новое направление — унификация дифференциальных игр. Андрей Измайлович Субботин активно поддерживал исследования по унификации, хорошо понимая их важность. Во многом благодаря его позиции работы по унификации продолжают в Институте математики и механики.

Большое значение А. И. Субботин придавал вопросам, связанным с описанием центральной для теории дифференциальных игр функции — цены дифференциальной игры. В случае, когда цена дифференцируема, она является решением основного в теории дифференциальных игр уравнения Айзекса — Беллмана. Если же цена не является дифференцируемой функцией, возникает вопрос о нахождении определяющих соотношений для этой функции, имеющих инфинитезимальный характер. Данный вопрос был изучен Андреем Измайловичем Субботиным сначала для игровых задач динамики, в которых цена игры есть кусочно-гладкая функция, а затем и для более общих задач.

В работе А. И. Субботина “Обобщение основного уравнения теории дифференциальных игр” (1980) были получены необходимые и достаточные условия, описывающие свойства стабильности функции цены при помощи пары дифференциальных неравенств. С этой работы началось построение теории минимаксных решений уравнений в частных производных.

Итоги изучения свойств функции цены дифференциальных игр подведены А. И. Субботиным в статье “Условия оптимальности гарантированного результата в игровых задачах управления”, вышедшей в сборнике трудов МИАН, приуроченном к 75-летию академика Л. С. Понтрягина (1985).

Отметим также исследования необходимых и достаточных условий для цены стохастической дифференциальной игры с частично вырожденным шумом.

Результаты исследований А. И. Субботина, посвященных структуре позиционных дифференциальных игр и обобщению основного уравнения теории дифференциальных игр, отражены в трех первых главах монографии А. И. Субботина и А. Г. Ченцова “Оптимизация гарантии в задачах управления” (1981).

Анализ работ А. И. Субботина, связанных с обобщением основного уравнения теории дифференциальных игр, показывает, что он своевременно оценил полезность использования конструкций негладкого и выпуклого анализа и внес свой вклад в разработку такого рода конструкций. Позже А. И. Субботин подобные конструкции применил при изучении уравнений в частных производных первого порядка.

В середине 80-х годов научные интересы А. И. Субботина сместились в сторону теории обобщенных решений уравнений Гамильтона — Якоби общего вида. На основе инфинитези-

мальных и унификационных конструкций А. И. Субботин ввел понятие обобщенного решения уравнения Гамильтона — Якоби — Беллмана — Айзекса, которое позволило ему рассмотреть функцию цены как такое решение и доказать существование и единственность функции цены при общих предположениях на управляемую систему. Отметим, что приоритетным в определении обобщенных решений уравнений Гамильтона — Якоби явилось привлечение понятия инвариантности. Эти обобщенные решения Андрей Измайлович назвал минимаксными, так как в их определении присутствовали операции минимума и максимума.

В первой половине 80-х годов М. Дж. Крэндалл, П.-Л. Лионс, Л. С. Эванс предложили иной подход к определению решений краевых задач для уравнений Гамильтона — Якоби общего вида и ввели понятие вязкостного решения уравнения Гамильтона — Якоби.

Определения минимаксного и вязкостного решений отличаются по форме друг от друга, и их эквивалентность была неочевидна. А. И. Субботину с коллегами удалось получить прямое доказательство эквивалентности минимаксных и вязкостных решений. При этом отметим, что минимаксные и вязкостные подходы удачно дополняют друг друга. Итоги исследования по теории минимаксных решений уравнения Гамильтона — Якоби А. И. Субботин подвел в монографии “Минимаксные неравенства и уравнения Гамильтона — Якоби” (1991). В ней он изложил минимаксный подход в теории обобщенных решений уравнений Гамильтона — Якоби. В монографии, в частности, содержится обоснование перехода от уравнения Гамильтона — Якоби к дифференциальным неравенствам. Доказаны теоремы существования, единственности и корректности минимаксных решений, изучены их свойства. Значительное внимание в монографии ученый уделил сопоставлению минимаксных и вязкостных решений уравнения Гамильтона — Якоби и обоснованию их эквивалентности.

В первой половине 90-х годов Андрей Измайлович Субботин продолжил научные исследования уравнения Гамильтона — Якоби. К ним добавились разработки по проблеме построения минимаксных решений уравнений в частных производных первого порядка. Результаты этих исследований отражены в монографии А. И. Субботина “Generalized solutions of first-order PDEs. The dynamical optimization perspective” (1995). Они опираются на методы негладкого анализа, функции Ляпунова, динамическую оптимизацию, теорию дифференциальных игр.

К числу последних относятся исследования А. И. Субботина уравнений с частными производными первого порядка, разрывных по фазовым переменным, в которых предложена концепция многозначного решения.

В заключение отметим, что свою научную работу А. И. Субботин всегда успешно совмещал с выполнением должностных обязанностей. С 1983 г. он заведовал отделом динамических систем Института математики и механики. Андрей Измайлович неизменно и вполне заслуженно был центром притяжения в отделе. Можно сказать, что он держал руку на пульсе основных, и прежде всего научных, событий, происходящих в отделе. И в целом ему были далеко небезразличны институтские дела. Он внимательно следил за научными достижениями сотрудников отдела, многим из которых он формулировал научные темы и руководил их разработкой. Неоценимую роль в поддержании высокого научного уровня отдела играли регулярные научные семинары у Андрея Измайловича. Данные семинары, вообще говоря, были не “узкопрофильными” обсуждениями с тематикой, посвященной исключительно дифференциальным играм и оптимальному управлению. Нередко на них рассматривались задачи и проблемы, возникающие в области теории дифференциальных уравнений, методов оптимизации, негладкого анализа. При этом часто с докладами выступали как российские, так и зарубежные специалисты — признанные лидеры в своих научных областях.

А. И. Субботин поддерживал регулярные научные контакты с коллегами и студентами математико-механического факультета Уральского государственного университета, читал студентам спецкурсы по теории оптимального управления, дифференциальных игр и минимаксных решений уравнений в частных производных, осуществлял научное руководство аспирантами.

Итоги научно-исследовательской деятельности Андрея Измайловича Субботина внуши-

тельны и вызывают уважение: более 100 статей и 5 монографий в области теории дифференциальных игр, уравнений Гамильтона — Якоби, оптимального управления. Его научные достижения получили широкое признание. Он лауреат Ленинской премии (1976), кавалер ордена Трудового Красного Знамени (1976), член-корреспондент Российской академии наук (1991), действительный член Российской академии наук (1997).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Красовский Н.Н., Субботин А.И.* Позиционные дифференциальные игры. М.: Наука, 1974. 456 с.
2. *Krasovskii N. et Subbotine A.* Jeux différentiels. Moscou: Mir, 1977. 446 p.
3. *Субботин А.И., Ченцов А.Г.* Оптимизация гарантии в задачах управления. М.: Наука, 1981. 288 с.
4. *Krasovskii N.N., Subbotin A.I.* Game-theoretical control problems. NY: Springer, 1988. 517 p.
5. *Субботин А.И.* Минимаксные неравенства и уравнения Гамильтона — Якоби. М.: Наука, 1991. 216 с.
6. *Subbotin A.I.* Generalized solutions of first-order PDEs. The dynamical optimization perspective. Boston: Birkhäuser, 1995. 314 p.
7. *Субботин А.И.* Обобщенные решения уравнений в частных производных первого порядка. Перспективы динамической оптимизации. М.; Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003. 336 с.

Поступила 26.10.2020

Н. Н. Субботина, В. Н. Ушаков, А. Г. Ченцов