ТРУДЫ ИНСТИТУТА МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ УрО РАН

Том 23 № 4 2017

УДК 512.544

О СТРУКТУРЕ ФИНИТАРНОЙ ЛИНЕЙНОЙ ГРУППЫ

О. Ю. Дашкова, М. А. Салим, О. А. Шпырко

Пусть $FL_\nu(K)$ — финитарная линейная группа степени ν над кольцом K, где K — ассоциативное кольцо с единицей. В работе изучаются периодические подгруппы группы $FL_\nu(K)$ в случаях, когда K — целостное кольцо (теорема 1) и коммутативное нетерово кольцо (теорема 2). В этих случаях доказано, что периодические подгруппы группы $FL_\nu(K)$ локально конечны, и описана их нормальная структура. В теореме 3 описано нормальное строение конечно порожденных разрешимых подгрупп группы $FL_\nu(K)$ в случаях, когда K — целостное кольцо, коммутативное нетерово кольцо и произвольное коммутативное кольцо. Показано, в последнем случае эта структура является наиболее сложной.

Ключевые слова: финитарная линейная группа, коммутативное нетерово кольцо, локально конечная группа.

O. Yu. Dashkova, M. A. Salim, O. A. Shpyrko. On the structure of a finitary linear group.

Let $FL_\nu(K)$ be a finitary linear group of degree ν over a ring K, and let K be an associative ring with the unit. We study periodic subgroups of $FL_\nu(K)$ in the cases when K is an integral ring (Theorem 1) and a commutative Noetherian ring (Theorem 2). In both cases we prove that the periodic subgroups of $FL_\nu(K)$ are locally finite and describe their normal structure. In Theorem 3 we describe the structure of finitely generated solvable subgroups of $FL_\nu(K)$ if K is an integral ring, a commutative Noetherian ring, or an arbitrary commutative ring. We show that this structure is most complicated in the latter case.

Keywords: finitary linear group, commutative Noetherian ring, locally finite group.

MSC: 20F50

DOI: 10.21538/0134-4889-2017-23-4-98-104

Пусть V — векторное пространство над полем F. Подгруппы группы $GL(F,V)$ всех автоморфизмов пространства V называются *линейными группами*. Если V имеет конечную размерность над F, то $GL(F,V)$ можно рассматривать как группу невырожденных $(n\times n)$-матриц, где $n = \dim_F V$. Эту группу принято обозначать через $GL_n(F)$. Конечномерные линейные группы играют важную роль в различных областях математики, физики и естественных наук и исследовались достаточно много. Если же V — бесконечномерное пространство над F, ситуация кардинально меняется. Исследование данного класса групп требует дополнительных ограничений. Этот класс групп интенсивно изучался в последние десятилетия. Следует отметить, что в данном направлении был получен ряд интересных результатов. Так в [1] авторами описана структура бесконечномерной линейной группы G, такой что фактор-группа G/Z конечна, где Z — верхний гиперцентр G. В [2] исследовались бесконечномерные линейные группы с ограничениями на подгруппы фундаментального идеала данных групп. Также изучались бесконечномерные линейные группы со слабым условием минимальности для некоторых подгрупп [3], бесконечномерные линейные группы с ранговыми ограничениями [4] и бесконечномерные линейные группы с условием минимальности и условием максимальности для заданного класса подгрупп [5; 6]. Бесконечномерные линейные группы с ограничениями на некоторые системы подгрупп исследовались в [7–9].

Другим важным направлением в алгебре является изучение группы $GL_n(K)$ невырожденных $(n \times n)$-матриц, где K — ассоциативное кольцо с единицей. Ю. И. Мерзляков [10] рассматривал финитарные линейные группы степени ν над кольцом K. Пусть K — ассоциативное кольцо с единицей, ν — линейно упорядоченное множество с порядком $\leq$, A — матрица степени ν над K с элементами $m_{ij}(A)$, $i \in \nu, j \in \nu$. Рассматриваются всевозможные подмножества $\nu' \subseteq \nu$ такие, что вне $\nu' \times \nu'$ матрица A совпадает с единичной. Пересечение всех подмножеств ν' с этим свойством само обладает данным свойством и поэтому является наименьшим подмножеством с этим свойством. Это множество называется *носителем матрицы* A и обозначается через $\mathrm{supp}(A)$. Матрицы с конечными носителями называются *почти единичными* или *финитарными*. Финитарные матрицы A и B умножаются по обычному правилу $m_{ij}(AB) = \sum_k m_{ik}(A)m_{kj}(B)$. Сумма в правой части равенства содержит лишь конечное число ненулевых элементов. Следовательно, $\mathrm{supp}(AB) \subseteq \mathrm{supp}(A) \cup \mathrm{supp}(B)$. Если матрица A обратима, то $\mathrm{supp}(A^{-1}) = \mathrm{supp}(A)$. Поэтому множество $FL_\nu(K)$ всех обратимых финитарных матриц степени ν над кольцом K является группой. Эта группа называется *финитарной линейной группой степени ν над кольцом K*. *Финитарной унитреугольной группой степени ν над кольцом K* называется группа $UT_\nu(K)$ всех финитарных матриц A степени ν над K с дополнительным условием унитреугольности $m_{ij}(A) = \delta_{ij}$ при $i \geq j$.

Исследование группы $FL_\nu(K)$ было начато В. М. Левчуком в [11]. Ю. И. Мерзляковым в [10] было установлено, что ни для какого кольца K с единицей и ни для какого бесконечного линейно упорядоченного множества ν финитарная унитреугольная группа $UT_\nu(K)$ не удовлетворяет нормализаторному условию.

В настоящей работе продолжено изучение группы $FL_\nu(K)$. Периодические подгруппы конечномерной линейной группы локально конечны (см. [12, гл. 9]). В связи с этим естественно возникает вопрос о структуре периодических подгрупп группы $FL_\nu(K)$. Авторы изучают периодические подгруппы группы $FL_\nu(K)$ в случаях, когда K — целостное кольцо (теорема 1) и K — коммутативное нетерово кольцо (теорема 2). Также авторы исследуют структуру конечно порожденных разрешимых подгрупп группы $FL_\nu(K)$, если K — целостное кольцо, коммутативное нетерово кольцо, а также произвольное коммутативное кольцо (теорема 3). Основными результатами работы являются теоремы 1–3.

При исследовании данного класса групп важную роль играют свойства групп автоморфизмов конечно порожденных модулей над коммутативными кольцами [12, гл. 13]. Напомним, что группа G называется *квазилинейной*, если G изоморфна подгруппе прямого произведения конечного числа конечномерных линейных групп [12, с. 186].

Доказательства основных теорем данной работы опираются на следующие два утверждения.

Утверждение 1 [12, теорема 13.3]. *Пусть $\mathbf{R}$ — коммутативное нетерово кольцо и M — конечно порожденный $\mathbf{R}$-модуль. Тогда группа автоморфизмов $\mathrm{Aut}_{\mathbf{R}}(M)$ модуля M содержит нормальную подгруппу U, стабилизирующую конечный ряд подмодулей M и такую, что фактор-группа $\mathrm{Aut}_{\mathbf{R}}(M)/U$ квазилинейна. В частности, U унипотентна и нильпотентна (как абстрактная группа).*

Утверждение 2 [12, теорема 13.5]. *Пусть $\mathbf{R}$ — коммутативное кольцо, M — конечно порожденный $\mathbf{R}$-модуль и $G = \mathrm{Aut}_{\mathbf{R}}(M)$. Если $\mathbf{R}$-модуль M может быть порожден t элементами, то группа G содержит нормальную подгруппу N такую, что фактор-группа G/N вкладывается в декартово произведение линейных групп степени $f \leq \left[\frac{1}{2}(t^2+1)\right]$ и N унипотентна, локально нильпотентна и гиперабелева. Если M — свободный $\mathbf{R}$-модуль, то можно положить $f = l$, и тогда нильрадикал $\mathfrak{n}$ кольца $\mathbf{R}$ нильпотентен, и поэтому подгруппа N нильпотентна.*

Пусть $A = \bigoplus_{\alpha=1}^{\nu} A_\alpha$, если ν — непредельное порядковое число, и $A = \bigoplus_{\alpha<\nu} A_\alpha$, если ν — предельное порядковое число, где для любого порядкового числа α группа A_α изоморфна аддитивной группе кольца K. Далее группу A будем рассматривать как KG-модуль, где $G \leq FL_\nu(K)$. Всюду полагаем, что $G \neq C_G(A)$.

Лемма. *Пусть B — KG-модуль, G — конечно порожденная подгруппа группы $FL_\nu(K)$ и K — ассоциативное кольцо с единицей. Тогда G содержит нормальную абелеву подгруппу L*

такую, что фактор-группа G/L изоморфна некоторой подгруппе группы автоморфизмов конечно порожденного модуля над кольцом K.

Доказательство. Пусть $G = \langle g_1, g_2, \cdots, g_n\rangle$, где $g_1, g_2, \cdots, g_n$ — некоторые элементы группы G и $\nu' = \mathrm{supp}(g_1) \cup \mathrm{supp}(g_2) \cup \cdots \cup \mathrm{supp}(g_n)$. Ввиду строения элементов группы $FL_\nu(K)$ множество ν' конечно. Отметим, что для любого элемента $g \in G$ имеет место включение $\mathrm{supp}(g) \subseteq \nu'$. Следовательно, G изоморфна некоторой подгруппе группы $GL_{\nu'}(K)$. Пусть $B = \bigoplus_{i=1}^{\nu'} A_i$, где для любого номера i группа A_i изоморфна аддитивной группе кольца K. Тогда B можно рассматривать как KG-модуль. Поскольку $G \neq C_G(A)$, то $G \neq C_G(B)$.

Пусть $C = C_B(G)$. Тогда B имеет ряд KG-подмодулей $\langle 0\rangle \leq C \leq B$. Так как $G \leq C_G(C)$, то фактор-группа $G/C_G(C)$ тривиальна. Пусть теперь $L = C_G(C) \cap C_G(B/C)$. Каждый элемент подгруппы L действует тривиально на каждом факторе ряда $\langle 0\rangle \leq C \leq B$. По теореме Калужнина [13, с. 144] подгруппа L абелева. По теореме Ремака $G/L \leq G/C_G(C) \times G/C_G(B/C)$. Отсюда ввиду тривиальности группы $G/C_G(C)$ вытекает, что фактор-группа G/L изоморфна некоторой подгруппе группы $G/C_G(B/C)$. Так как множество ν' конечно, B можно рассматривать как конечно порожденный K-модуль. Следовательно, B/C также является конечно порожденным K-модулем, и поэтому G/L изоморфна некоторой подгруппе группы автоморфизмов конечно порожденного модуля B/C над кольцом K. □

Теорема 1. *Если G — периодическая подгруппа $FL_\nu(K)$, где K — целостное кольцо, то группа G локально конечна. Если множество ν счетно, то $G = \cup_{i\in\mathbb{N}} G_i$, где $G_1 \leq G_2 \leq \cdots \leq G_i \leq \cdots$, и справедливы следующие утверждения*:

(1) *G_i содержит нормальную нильпотентную подгруппу N_i такую, что фактор-группа G_i/N_i счетна для любого $i \in \mathbb{N}$;*

(2) *$\prod_{i=1}^{\infty} N_i$ — подгруппа группы G;*

(3) *фактор-группа $N_1N_2\cdots N_i/N_i$ счетна для любого $i \in \mathbb{N}$.*

Доказательство. Пусть $g_1, g_2, \cdots, g_n$ — некоторые элементы группы G и $H = \langle g_1, g_2, \cdots, g_n\rangle$, $\nu' = \mathrm{supp}(g_1) \cup \mathrm{supp}(g_2) \cup \cdots \cup \mathrm{supp}(g_n)$. Как и в лемме, устанавливаем, что H изоморфна некоторой подгруппе группы $GL_{\nu'}(K)$. Поскольку K — целостное кольцо, то K вкладывается в некоторое поле F. Отсюда вытекает, что H изоморфна некоторой подгруппе линейной группы $GL_{\nu'}(F)$. По [12, теорема 9.1 (i)] периодические подгруппы $GL_{\nu'}(F)$ локально конечны, следовательно, подгруппа H конечна, и поэтому G — локально конечная группа.

Пусть теперь множество ν счетно, $i \in \mathbb{N}$ и G_i — наибольшая подгруппа группы G такая, что для любого элемента $g \in G_i$ выполняется включение $\mathrm{supp}(g) \subseteq \{1, 2, \cdots, i\}$. Тогда $G = \cup_{i\in\mathbb{N}} G_i$, где $G_1 \leq G_2 \leq \cdots \leq G_i \leq \cdots$. По [12, теореме 9.5] группа G_i содержит нормальную нильпотентную подгруппу N_i такую, что фактор-группа G_i/N_i счетна. Тем самым п. (1) доказан.

Подгруппа N_2 нормальна в G_2, следовательно, N_1N_2 — подгруппа в G_2. Подгруппа N_3 нормальна в G_3, поэтому $N_1N_2N_3$ — подгруппа в G_3. Продолжив наши рассуждения, на i-м шаге получим подгруппу $N_1N_2\cdots N_i$ группы G_i. Тем самым мы построили возрастающий ряд групп $N_1 \leq N_1N_2 \leq \cdots \leq N_1N_2\cdots N_i \leq \cdots$. Отсюда вытекает, что $\langle N_1, N_2, \cdots, N_i, \cdots\rangle = \prod_{i=1}^{\infty} N_i$. Справедливость п. (2) установлена.

Так как фактор-группа G_i/N_i счетна для любого $i \in \mathbb{N}$, то и ее подгруппа $N_1N_2\cdots N_i/N_i$ счетна для любого $i \in \mathbb{N}$, и тем самым п. (3) доказан. □

Теорема 2. *Если G — периодическая подгруппа $FL_\nu(K)$, где K — коммутативное нетерово кольцо, то группа G локально конечна. Если множество ν счетно, то $G = \cup_{i\in\mathbb{N}} G_i$, где $G_1 \leq G_2 \leq \cdots \leq G_i \leq \cdots$, и справедливы следующие утверждения*:

(1) *G_i имеет ряд нормальных подгрупп $L_i \leq M_i \leq N_i \leq G_i$, где для любого $i \in \mathbb{N}$ подгруппа L_i абелева, фактор-группы M_i/L_i и N_i/M_i нильпотентны, G_i/N_i счетна*;

(2) *$\prod_{i=1}^{\infty} N_i$ — подгруппа группы G;*

(3) *фактор-группа $N_1N_2\cdots N_i/N_i$ счетна для любого $i \in \mathbb{N}$.*

Д о к а з а т е л ь с т в о. Пусть $g_1, g_2, \cdots, g_n$ — некоторые элементы группы G и $H = \langle g_1, g_2, \cdots, g_n \rangle$, $\nu' = \mathrm{supp}(g_1) \cup \mathrm{supp}(g_2) \cup \cdots \cup \mathrm{supp}(g_n)$. Как и в лемме выше, устанавливаем, что множество ν' конечно и подгруппа H изоморфна некоторой подгруппе группы $GL_{\nu'}(K)$. Так как $G \neq C_G(A)$, достаточно рассмотреть случай, когда $H \neq C_H(A)$.

Пусть $B = \bigoplus_{j=1}^{\nu'} A_j$, где для любого j группа A_j изоморфна аддитивной группе кольца K. Тогда B можно рассматривать как KG-модуль. По лемме группа H содержит нормальную абелеву подгруппу L такую, что фактор-группа H/L изоморфна некоторой подгруппе группы автоморфизмов конечно порожденного модуля над кольцом K. Тогда по утверждению 1 фактор-группа H/L является расширением нильпотентной группы при помощи квазилинейной группы. Поскольку периодические линейные группы локально конечны (см. [12, теорема 9.1(i)]), то и периодические квазилинейные группы локально конечны. Отсюда с учетом теоремы Шмидта [14, § 53] вытекает, что фактор-группа H/L конечна и поэтому конечна подгруппа H. Следовательно, G — локально конечная группа.

Как и в теореме 1, устанавливаем, что если множество ν счетно, то $G = \cup_{i \in \mathbb{N}} G_i$, где $G_1 \leq G_2 \leq \cdots \leq G_i \leq \cdots$. Отсюда с учетом леммы и утверждения 1 следует, что группа G_i обладает нормальной абелевой подгруппой L_i такой, что фактор-группа G_i/L_i является расширением нильпотентной группы M_i/L_i при помощи квазилинейной группы $(G_i/L_i)/(M_i/L_i)$. Ввиду изоморфизма $G_i/M_i \simeq (G_i/L_i)/(M_i/L_i)$ получаем, что фактор-группа G_i/M_i квазилинейна. Так как периодическая линейная группа является счетным расширением нильпотентной группы (см. [12, теорема 9.5]), то и периодическая квазилинейная группа — счетное расширение нильпотентной группы. Следовательно, G_i/M_i содержит нормальную нильпотентную подгруппу N_i/M_i такую, что фактор-группа G_i/N_i счетна. Тем самым справедливость утверждения (1) доказана.

Справедливость утверждений (2) и (3) устанавливается так же, как и в теореме 1. □

Рассмотрим теперь локальную структуру группы $FL_\nu(K)$.

Теорема 3. *Пусть G — конечно порожденная разрешимая подгруппа группы $FL_\nu(K)$. Тогда справедливы следующие утверждения*:

(1) *если K — целостное кольцо, то G содержит ряд $L \leq N \leq G$ нормальных подгрупп, где L — абелева группа, N/L — нильпотентная группа, а G/N — полициклическая группа*;

(2) *если K — коммутативное нетерово кольцо, то G содержит ряд $L \leq N \leq G$ нормальных подгрупп, где L — абелева группа, N/L — метанильпотентная группа, а G/N — полициклическая группа*;

(3) *если K — коммутативное кольцо, то G содержит ряд $L \leq M \leq N \leq G$ нормальных подгрупп, где L — абелева группа, M/L — локально нильпотентная группа, N/M — нильпотентная группа, а G/N — полициклическая группа.*

Д о к а з а т е л ь с т в о. Если K — целостное кольцо, то K вкладывается в некоторое поле F, и поэтому группа G изоморфна некоторой конечно порожденной подгруппе группы $GL_n(F)$. Из леммы, доказанной выше, и теоремы А. И. Мальцева (см. [12, теорема 3.6]) следует, что G обладает нормальной абелевой подгруппой L такой, что фактор-группа G/L имеет нормальную подгруппу конечного индекса, коммутант N/L которой нильпотентен. Так как группа G конечно порождена, то фактор-группа $(G/L)/(N/L)$ полициклическая. Ввиду изоморфизма $(G/L)/(N/L) \simeq G/N$ фактор-группа G/N также является полициклической. Следовательно, G содержит ряд $L \leq N \leq G$ нормальных подгрупп, где L — абелева группа, N/L — нильпотентная группа, а G/N — полициклическая группа. Тем самым утверждение (1) доказано.

Если K — коммутативное нетерово кольцо, то из леммы и утверждения 1 следует, что G обладает нормальной абелевой подгруппой L такой, что фактор-группа G/L является расширением нильпотентной группы S/L при помощи квазилинейной группы $(G/L)/(S/L)$. Из изоморфизма $(G/L)/(S/L) \simeq G/S$ и строения конечно порожденной разрешимой квазилинейной группы вытекает, что G/S обладает нормальной нильпотентной подгруппой N/S такой, что фактор-группа $(G/S)/(N/S)$ полициклическая. Отсюда следует, что фактор-группа G/N полициклическая. Так как фактор-группы N/S и S/L нильпотентны, то N/L метанильпотентна. Поэтому G содержит ряд $L \leq N \leq G$ нормальных подгрупп, где L — абелева группа, N/L — метанильпотентная группа, а G/N — полициклическая группа. Утверждение (2) доказано.

Пусть теперь K — произвольное коммутативное кольцо. Тогда G изоморфна некоторой подгруппе конечномерной линейной группы $GL_t(K)$. По лемме и утверждению 2 группа G содержит нормальную абелеву подгруппу L такую, что фактор-группа G/L включает нормальную подгруппу M/L, для которой фактор-группа $(G/L)/(M/L)$ вкладывается в декартово произведение $\overline{\prod}_{\alpha\in\mathcal{A}} G_\alpha$ конечномерных линейных групп G_α степени $f \leq \left[\dfrac{1}{2}(t^2+1)\right]$, и группа M/L унипотентна, локально нильпотентна и гиперабелева. Отметим, что $(G/L)/(M/L) \simeq G/M$. Проекция H_α фактор-группы G/M на каждую подгруппу G_α — разрешимая конечномерная линейная группа степени f. По теореме А. И. Мальцева [12, теорема 3.6] каждая группа H_α содержит нормальную подгруппу R_α такую, что $|H_\alpha : R_\alpha| \leq \mu(f)$, причем R_α содержит нильпотентную подгруппу D_α такую, что D_α — нормальная подгруппа в G_α и фактор-группа R_α/D_α абелева. Следовательно, группа $H = \overline{\prod}_{\alpha\in\mathcal{A}} H_\alpha$ содержит нормальную нильпотентную подгруппу $D = \overline{\prod}_{\alpha\in\mathcal{A}} D_\alpha$ ступени нильпотентности, не превосходящей числа $f-1$. Фактор-группа H/D включает нормальную абелеву подгруппу R/D, где $R = \overline{\prod}_{\alpha\in\mathcal{A}} R_\alpha$, такую, что $(H/D)/(R/D)$ — локально конечная группа периода, не превосходящего числа $\mu(f)!$. Следовательно, H/R также является локально конечной группой конечного периода. Так как H/R конечно порождена, то H/R конечна. Отсюда вытекает, что группа G содержит ряд $L \leq M \leq N \leq G$ нормальных подгрупп, где L — абелева группа, M/L — локально нильпотентная группа, N/L — нильпотентная группа, а G/N — полициклическая группа. Утверждение (3) доказано. $\square$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Dixon M.R., Kurdachenko L.A., Otal J.** On the structure of some infinite dimensional linear groups // Comm. Algebra. 2017. Vol. 45, no. 1. P. 234–246. doi:10.1080/00927872.2016.1175593 .
2. **Kurdachenko L.A., Muñoz-Escolano J.M., Otal J.** Antifinitary linear groups // Forum Math. 2008. Vol. 20, no. 1. P. 27–44. doi:10.1515/FORUM.2008.002 .
3. **Kurdachenko L.A., Muñoz-Escolano J.M., Otal J.** Locally nilpotent linear groups with the weak chain conditions on subgroups of infinite central dimension // Publ. Mat. 2008. Vol. 52, no. 1. P. 151–169.
4. **Dashkova O.Yu., Dixon M.R., Kurdachenko L.A.** Linear groups with rank restrictions on the subgroups of infinite central dimension // J. Pure Appl. Algebra. 2007. Vol. 208, no. 3. P. 785–795. doi: 10.1016/j.jpaa.2006.04.002 .
5. **Dixon M.R., Evans M.J., Kurdachenko L.A.** Linear groups with the minimal condition on subgroups of infinite central dimension // J. Algebra. 2004. Vol. 277, no. 1. P. 172–186. doi: 10.1016/j.jalgebra.2004.02.029 .
6. **Kurdachenko L.A., Subbotin I.Ya.** Linear groups with the maximal condition on subgroups of infinite central dimension // Publ. Mat. 2006. Vol. 50, no. 1. P. 103–131.
7. **Дашкова О.Ю.** Разрешимые бесконечномерные линейные группы с ограничениями на неабелевы подгруппы бесконечных рангов // Сиб. мат. журн. 2008. Т. 49, № 6. С. 1280–1295.
8. **Дашкова О.Ю.** Бесконечномерные линейные группы с ограничениями на подгруппы, не являющиеся разрешимыми A_3-группами // Алгебра и логика. 2007. Т. 46, № 5. С. 548–559.
9. **Дашкова О.Ю.** Локально разрешимые бесконечномерные линейные группы с ограничениями на неабелевы подгруппы бесконечных рангов // Алгебра и логика. 2008. Т. 47, № 5. С. 601–616.
10. **Мерзляков Ю.И.** Эквиподгруппы унитреугольных групп: критерий самонормализуемости // Докл. АН. 1994. Т. 339, № 6. С. 732–735.
11. **Левчук В.М.** Некоторые локально нильпотентные кольца и их присоединенные группы // Мат. заметки. 1987. Т. 42, № 5. С. 631–641.
12. **Wehrfritz B.A.F.** Infinite linear groups. Berlin; Heidelberg; N. Y.: Springer-Verlag, 1973. 229 p. ISBN: 3-540-06132-0 .

13. **Каргаполов М.И., Мерзляков Ю.И.** Основы теории групп. Москва: Наука, 1972. 240 с.
14. **Курош А.Г.** Теория групп. М.: Наука, 1967. 648 с.

Дашкова Ольга Юрьевна
д-р физ.-мат. наук, профессор
Филиал Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова,
г. Севастополь
e-mail: odashkova@yandex.ru

Поступила 20.09.2017

Мохамед Ахмед Салим
д-р физ.-мат. наук, профессор
Университет Объединенных Арабских Эмиратов,
г. Аль-Аин
e-mail: MSalim@uaeu.ac.ae

Шпырко Ольга Алексеевна
канд. физ.-мат. наук, доцент
Филиал Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова,
г. Севастополь
e-mail: shpyrko@mail.ru

REFERENCES

1. Dixon M.R., Kurdachenko L.A., Otal J. On the structure of some infinite dimensional linear groups. *Commun. Algebra*, 2017, vol. 45, no. 1, pp. 234–246. doi:10.1080/00927872.2016.1175593 .
2. Kurdachenko L.A., Muñoz-Escolano J.M., Otal J. Antifinitary linear groups. *Forum Math.*, 2008, vol. 20, no. 1, pp. 27–44. doi:10.1515/FORUM.2008.002 .
3. Kurdachenko L.A., Muñoz-Escolano J.M., Otal J. Locally nilpotent linear groups with the weak chain conditions on subgroups of infinite central dimension. *Publ. Mat.*, 2008, vol. 52, no. 1, pp. 151–169.
4. Dashkova O.Yu., Dixon M.R., Kurdachenko L.A. Linear groups with rank restrictions on the subgroups of infinite central dimension. *J. Pure Appl. Algebra*, 2007, vol. 208, no. 3, pp. 785–795. doi: 10.1016/j.jpaa.2006.04.002 .
5. Dixon M.R., Evans M.J., Kurdachenko L.A. Linear groups with the minimal condition on subgroups of infinite central dimension. *J. Algebra*, 2004, vol. 277, no. 1, pp. 172–186. doi: 10.1016/j.jalgebra.2004.02.029 .
6. Kurdachenko L.A., Subbotin I.Ya. Linear groups with the maximal condition on subgroups of infinite central dimension. *Publ. Mat.*, 2006, vol. 50, no. 1, pp. 103–131.
7. Dashkova O. Yu. Solvable infinite-dimensional linear groups with restrictions on the nonabelian subgroups of infinite rank. *Sib. Math. J.*, 2008, vol. 49, no. 6, pp. 1023–1033. doi: 10.1007/s11202-008-0098-5 .
8. Dashkova O. Yu. Infinite-dimensional linear groups with restrictions on subgroups that are not soluble A_3-groups. *Algebra Logic*, 2007, vol. 46, no. 5, pp. 297–302. doi: 10.1007/s10469-007-0030-2 .
9. Dashkova O. Yu. Locally soluble infinite-dimensional linear groups with restrictions on nonabelian subgroups of infinite ranks. *Algebra Logic*, 2008, vol. 47, no. 5, pp. 340–347. doi: 10.1007/s10469-008-9025-x .
10. Merzlyakov Yu. I. Equisubgroups of unitriangular groups: A criterion for selfnormalizability. *Russ. Acad. Sci., Dokl., Math.*, 1995, vol. 50, no. 3, pp. 507–511.
11. Levchuk V.M. Some locally nilpotent rings and their adjoined groups. *Math. Notes*, 1987, vol. 42, no. 5, pp. 848–853. doi:10.1007/BF01137426 .
12. Wehrfritz B.A.F. *Infinite linear groups.* Berlin, Heidelberg, N. Y., Springer-Verlag, 1973, 229 p. ISBN: 3-540-06132-0 .
13. Kargapolov M.I., Merzljakov Ju.I. *Fundamentals of the theory of groups.* Transl. from the 2nd Russian ed., N. Y., Heidelberg, Berlin, Springer-Verlag, 1979, Ser. Graduate Texts in Math., vol. 62, 203 p. ISBN: 978-1-4612-9966-0 . Original Russian text (1st ed.) published in M.I. Kargapolov, Yu.I. Merzlyakov *Osnovy teorii grupp*, Moscow, Nauka Publ., 1972, 240 p.

14. Kurosh A.G. *Group theory.* Moscow: Nauka, 1967, 648 p. Transl. from the 2nd Russian ed., N. Y., Chelsea Publ. Co., 1960, vol. 1, 272 p. ISBN: 978-0828401074 , vol. 2: 308 p. ISBN: 978-0821834770 .

The paper was received by the Editorial Office on September 20, 2017.

Olga Yurievna Dashkova, Dr. Phys.-Math. Sci, Prof., the Branch of Moscow State University named after M.V. Lomonosov in Sevastopol, 299001 Russia, e-mail: odashkova@yandex.ru .

Mohamed Ahmed Salim, Dr. Phys.-Math. Sci, Prof., United Arab Emirates University, Al-Ain, 15551 United Arab Emirates, e-mail: MSalim@uaeu.ac.ae .

Olga Alekseevna Shpyrko, Cand. Phys.-Math. Sci, Associate Prof., the Branch of Moscow State University named after M.V. Lomonosov in Sevastopol, 299001 Russia, e-mail: shpyrko@mail.ru .